2. a. Calculer $\int_1^n f(t)dt$, $n \geq 1$ et en déduire que $0 \leq \int_1^n f(t)dt \leq \frac{1}{2}$.

b. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\int_1^n f(t)dt\right)$.

3. a. Montrer que pour tout entier $k \geq 2$, $\int_k^{k+1} f(t)dt \leq f(k) \leq \int_{k-1}^k f(t)dt$.

b. En déduire que pour tout entier $n \geq 1$, $\int_2^{n+1} f(t)dt \leq S_n - f(1) \leq \int_1^n f(t)dt$.

c. Montrer que pour tout entier $n \geq 1$, $1 \leq S_n \leq \frac{3}{2}$.

d. En déduire que la somme $1+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}+...+\frac{1}{n^3}$ converge et de donner un encadrement de sa limite.

28 Dans chacun des cas, calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle I.

1. $f: x \mapsto x^4 - x^3 + 1$, $I = [-1, 3]$.

2. $f: x \mapsto \frac{1}{x^3} - 1$, $I = [2, 4]$.

3. $f: x \mapsto \sin(2x)$, $I = [0, \pi]$.

29 En utilisant l'inégalité de la moyenne donner un encadrement de $\int_2^4 \frac{dx}{x^2 - x + 1}$.

30 En utilisant l'inégalité de la moyenne donner un encadrement de $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{3 + \tan^2 x}$.

Dans les exercices 31, 32, 33, 34 et 35 L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

31 Soit $C = \{M(x, y) \text{ tels que } y = x^2,\ 0 \leq x \leq 2\}$ et S le solide obtenu par rotation de C autour de l'axe (Ox). Calculer le volume de S.

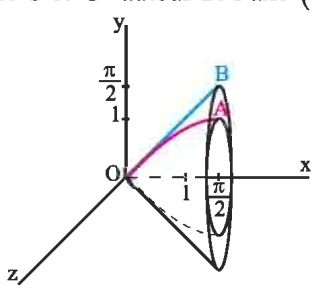
32 Soit $C = \{M(x, y) \text{ tels que } y = \frac{1}{x},\ 1 \leq x \leq 3\}$ et S le solide obtenu par rotation de C autour de l'axe (Ox). Calculer le volume de S.

33 Soit $C = \{M(x, y) \text{ tels que } y = \tan x,\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}\}$ et S le solide obtenu par rotation de C autour de l'axe (Ox). Calculer le volume de S.

34 Soit $C = \{M(x, y) \text{ tels que } y = \sin x + \cos x,\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\}$ et S le solide obtenu par rotation de C autour de l'axe (Ox). Calculer le volume de S.

35 Soit $C = \{M(x, y) \text{ tels que } y = \sin x,\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\}$ et $C' = \{M(x, y) \text{ tels que } y = x,\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\}$.

On note S et S' les solides obtenus respectivement par rotation de C et C' autour de l'axe (Ox).



Calculer le volume de la partie de l'espace comprise entre les solides S et S'.

36 I. On considère la fonction F définie sur $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ par $F(x) = \int_0^{\tan x} \frac{dt}{1+t^2}$.

1. Vérifier que F est dérivable sur $[0, \frac{\pi}{4}]$ et déterminer sa fonction dérivée.

2. En déduire que pour tout $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$, $F(x) = x$.

3. Calculer $\int_0^1 \frac{dt}{1+t^2}$.

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn